

Problème 4

Le cylindre montré à la figure 1 contient un fluide sous pression. Le cylindre a 3 m de diamètre et est fabriqué à l'aide d'une plaque en acier de 25 mm d'épaisseur. La pression interne est égale à 1000 kPa. Déterminer la valeur de la contrainte normale circonférentielle dans le cylindre ainsi que l'augmentation du rayon en analysant le cylindre avec les hypothèses de la résistance des matériaux pour les cylindres droits à paroi mince, c'est-à-dire en considérant que cylindre est infiniment long et qu'il n'y a aucune contrainte selon l'axe longitudinal du cylindre. Considérer une longueur caractéristique de 1 m. $E_{\text{acier}} = 200 \text{ GPa}$.

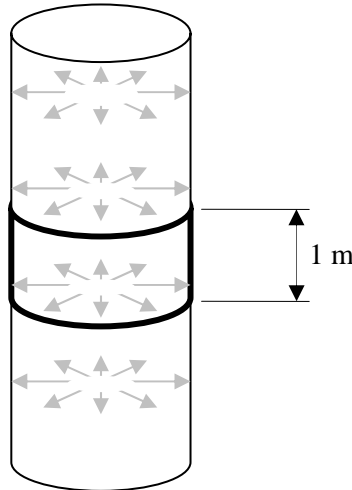


Figure 1. Cylindre à paroi mince sous pression.

Solution

On peut facilement générer la géométrie du cylindre avec SAFI à l'aide de la Calculatrice géométrique (menu Édition) en spécifiant le type Cylindre. La figure 2 montre la valeur des paramètres utilisés. Le nombre de divisions selon la hauteur a été choisi de façon à ce que le rapport largeur-longueur des éléments soit près de 1. Des plaques quadrilatérales ont été choisies pour simplifier le modèle.

Le modèle du cylindre est montré à la figure 3. La paroi du cylindre est définie à l'aide d'éléments plaque en acier de 25 mm d'épaisseur. Le type de plaque est Mince sans cisaillement transversal. (Le type Membrane ne peut pas être utilisé ici à cause de la pression sur les plaques). La pression est définie à l'aide de Charges de plaques d'une valeur de -1000 kN/m^2 appliquées dans le système de coordonnées interne sur tous les éléments.

Pour empêcher le déplacement selon l'axe longitudinal du cylindre, on restreint le mouvement selon Y des nœuds à la base du cylindre. Pour empêcher le déplacement transversal du cylindre sans induire de restriction non désirée, on utilise des ressorts linéaires de faible rigidité, disons $0,1 \text{ kN/m}$, appliqués dans les directions X et Z sur les nœuds à base du cylindre.

Afin de simuler les hypothèses de la résistance des matériaux mentionnées ci-dessus, on restreint la rotation autour de X et la rotation autour de Y des tous les nœuds du modèle. Ces restrictions ne seraient pas nécessaires pour l'analyse d'un cylindre de longueur finie et qui tiendrait compte des extrémités.

Les résultats de l'analyse sont montrés sous forme graphique à la figure 4. Les déformations du cylindre sont uniformes sur toute la hauteur. La force tangentielle dans le cylindre, N_x locale, est égale à

1487 kN/m dans tous les éléments du modèle. La contrainte normale circonférentielle dans le cylindre est égale à :

$$\sigma_{\theta} = \frac{N_x}{t} = \frac{1487 \text{ kN/m}}{0,025 \text{ m}} \cdot 10^{-3} = 59,5 \text{ MPa}$$

c'est-à-dire à 1 % près de la valeur théorique de 60 MPa. L'augmentation du rayon, égal au déplacement des nœuds dans une direction radiale, est égale à 0,446 mm, également à 1 % près de la valeur théorique de 0,45 mm. En utilisant 48 divisions selon la circonférence et 6 divisions selon la hauteur, on trouve des valeurs à 0,2 % près des valeurs théoriques. Avec 96 divisions selon la circonférence et 12 divisions selon la hauteur, on trouve des valeurs à 0,05 % près des valeurs théoriques.

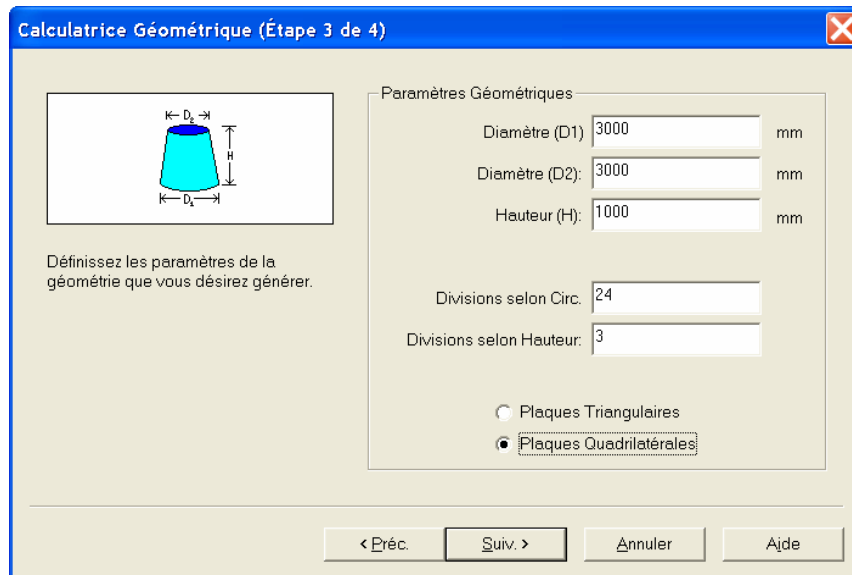


Figure 2. Définition des paramètres géométriques du cylindre.

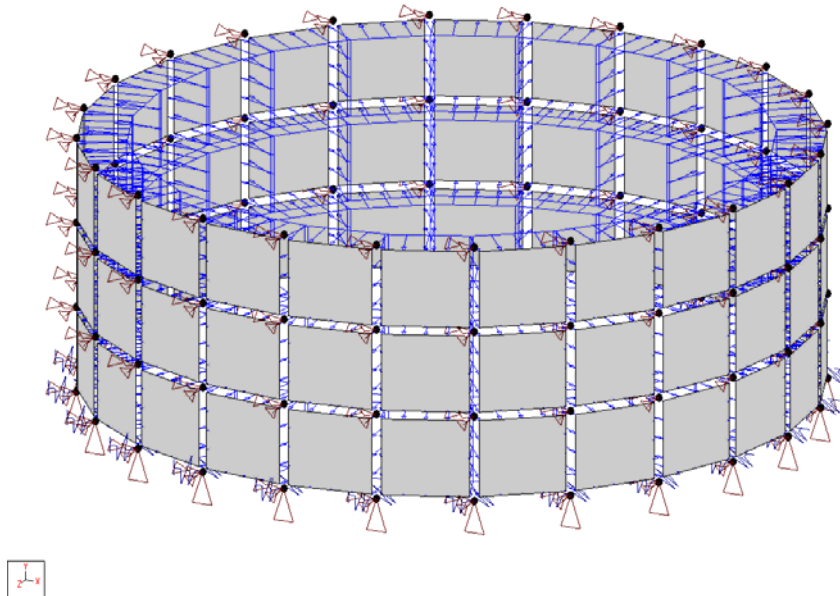


Figure 3. Modèle SAFI du cylindre.

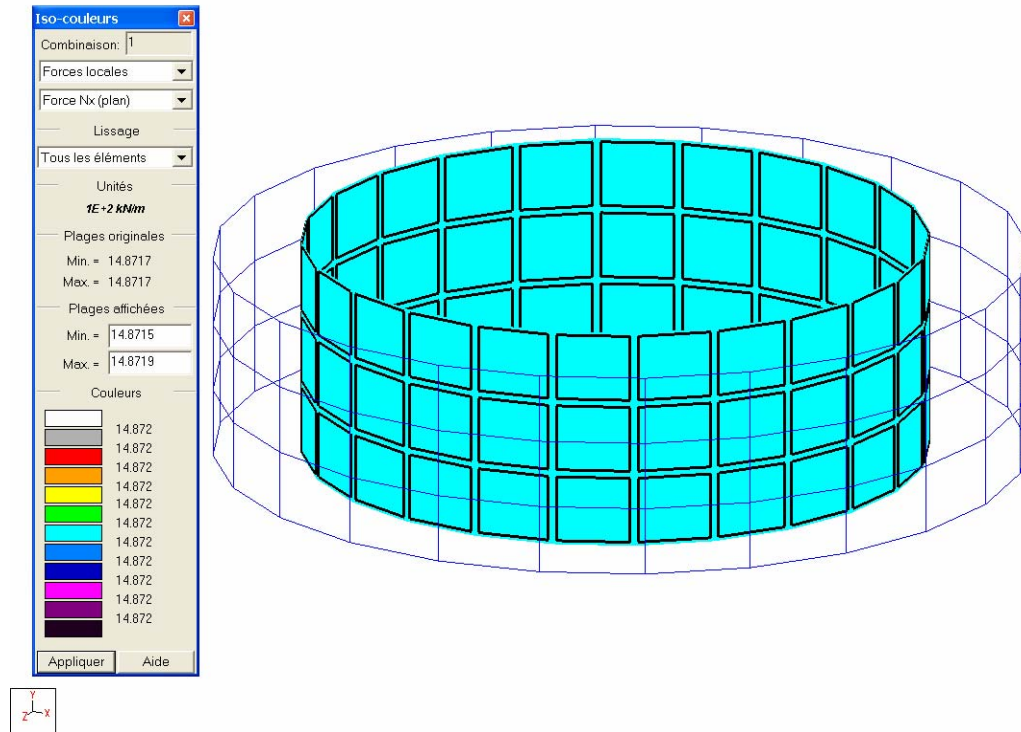


Figure 4. Cylindre déformé et forces tangentielles dans le cylindre.

Vérification

La contrainte normale circonférentielle dans le cylindre est égale à :

$$\sigma_{\theta} = \frac{pr}{t} = \frac{1 \text{ N/mm}^2 \cdot 1500 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = 60 \text{ MPa}$$

L'augmentation du rayon est égale à :

$$\delta_r = \frac{pr^2}{tE} = \frac{1 \text{ N/mm}^2 \cdot (1500 \text{ mm})^2}{25 \text{ mm} \cdot 200\,000 \text{ N/mm}^2} = 0,45 \text{ mm}$$